



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI
智慧
升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第二册 SJ



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

目录设置符合一线上课需求，详略得当，拓展有度

07 第7章 计数原理

PART SEVEN

7.1 两个基本计数原理

第1课时 分类计数原理与分步计数原理

第2课时 分类计数原理与分步计数原理的综合应用

7.2 排列

第1课时 排列

第2课时 排列数公式

第3课时 排列的应用

7.3 组合

第1课时 组合与组合数公式

第2课时 组合数的性质及应用

滚动习题（三） [范围 7.1~7.3]

微突破 常见的排列组合问题解题策略

7.4 二项式定理

7.4.1 二项式定理

7.4.2 二项式系数的性质及应用

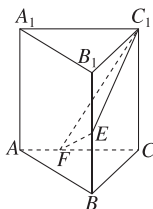
滚动习题（四） [范围 7.4]

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二 点到平面的距离

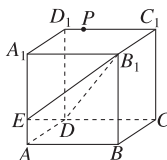
例2 如图所示，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， E 是棱 BB_1 的中点， $AB=AA_1=1$ ，点 F 在 AC 上，且 $CF=2FA$ ，求点 C 到平面 C_1EF 的距离。



变式 [2025·江苏无锡一中期中] 如图，在棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 在棱 AA_1 上，且 $AE=1$ 。

(1) 求平面 ADD_1A_1 与平面 B_1DE 夹角的余弦值；

(2) 若点 P 在棱 D_1C_1 上，且 P 到平面 B_1DE 的距离为 $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ，求 P 到直线 EB_1 的距离。

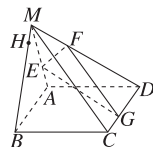


[素养小结]

用向量法求点到平面的距离的步骤：

- (1) 建系：建立恰当的空间直角坐标系；
- (2) 求点的坐标：写出(求出)相关点的坐标；
- (3) 求向量：求出相关向量的坐标；
- (4) 利用公式即可求得点到平面的距离。

拓展 [2025·安徽滁州高二期中] 如图，在四棱锥 $M-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为6的正方形， $\triangle MAB$ 是等边三角形，平面 $MAB \perp$ 平面 $ABCD$ 。已知 E, F, G 分别是线段 AM, DM, CD 上一点，且 $AE = \frac{1}{3}AM, DF = \frac{2}{3}DM, CG = \frac{1}{3}CD$ ，若 H 是线段 BM 上的一点，且点 H 到平面 EFG 的距离为 $\sqrt{5}$ ，求 $\frac{BH}{BM}$ 的值。



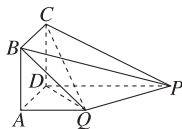
◆ 题型一 用空间向量证明空间位置关系

[类型总述] (1) 证明垂直关系; (2) 证明平行关系.

例 1 [2025·江苏启东期末] 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD \parallel QA$, $QA = AB = \frac{1}{2}PD$.

(1) 证明: 平面 $PQB \perp$ 平面 DCQ ;

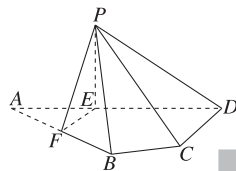
(2) 证明: $PC \parallel$ 平面 BAQ .



例 3 [2024·新课标 II 卷] 如图, 平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $CD=3$, $AD=5\sqrt{3}$, $\angle ADC=90^\circ$, $\angle BAD=30^\circ$, 点 E, F 满足 $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$, 使得 $PC=4\sqrt{3}$.

(1) 证明: $EF \perp PD$;

(2) 求平面 PCD 与平面 PBF 所成的二面角的正弦值.



基础巩固

1. [2024·江苏镇江高二期末] 由 3 个 2, 1 个 0, 2 个 3 组成的六位数中, 满足有相邻 4 位恰好是 2023 的六位数个数为 ()

- A. 3 B. 6
C. 9 D. 24

综合提升

12. [2025·江苏常州期中] 今有 2 个红球、3 个黄球、4 个白球, 同色球不加以区分, 将这 9 个球排成一列的排法种数为 ()

- A. 1782 B. 1720 C. 2520 D. 1260

思维探索

16. (15 分) 某校举办元旦晚会, 现有 4 首歌曲和 3 个舞蹈需要安排出场顺序. (结果用数字作答)

(1) 如果 4 首歌曲相邻, 那么有多少种不同的出场顺序?

(2) 如果 3 个舞蹈互不相邻, 那么有多少种不同的出场顺序?

(3) 如果歌曲甲不在第一个出场, 舞蹈乙不在最后一个出场, 那么有多少种不同的出场顺序?

一、单项选择题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

1. 设随机变量 X 的分布列为 $P(X=i) = \frac{i}{2a}$, $i=1, 2, 3$, 则 $a =$ ()

- A. 3 B. $\frac{7}{3}$
C. 2 D. $\frac{5}{9}$

二、多项选择题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

7. 已知离散型随机变量 X, Y 满足 $Y=2X-1$, 其中 X 的分布列为

X	0	1	2
P	m	n	$\frac{1}{6}$

且 $E(X)=1$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $m = \frac{1}{6}$ B. $n = \frac{2}{3}$
C. $E(Y)=2$ D. $D(Y) = \frac{4}{3}$

三、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

9. 已知离散型随机变量 X 服从两点分布, 且 $P(X=0)=3-4P(X=1)=a$, 则 $a =$.

四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) [2025·辽宁沈阳期末] 现有一堆颜色不同, 形状、质地均相同的小球在甲、乙两个完全相同的袋中, 其中甲袋中有 4 个红色小球, 2 个白色小球, 乙袋中有 3 个红色小球, 1 个白色小球.

(1) 先从甲、乙两袋中任取一袋, 然后在所取袋中任取一球, 求取出的是红球的概率;

(2) 将甲、乙两袋合为一袋, 然后在袋中任取 3 个球, 设所取 3 个球中红球的个数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

CONTENTS



06 第6章 空间向量与立体几何

PART SIX

6.1 空间向量及其运算	001
6.1.1 空间向量的线性运算	001
6.1.2 空间向量的数量积	003
6.1.3 共面向量定理	005
滚动习题(一) [范围 6.1]	007
6.2 空间向量的坐标表示	009
6.2.1 空间向量基本定理	009
6.2.2 空间向量的坐标表示	011
第1课时 空间直角坐标系及空间向量运算的坐标表示	011
第2课时 空间向量数量积的坐标运算及空间两点间的距离公式	013
6.3 空间向量的应用	015
6.3.1 直线的方向向量与平面的法向量	015
6.3.2 空间线面关系的判定	017
第1课时 空间向量与平行关系	017
第2课时 空间向量与垂直关系	019
6.3.3 空间角的计算	021
6.3.4 空间距离的计算	023
滚动习题(二) [范围 6.2~6.3]	025

07 第7章 计数原理

PART SEVEN

7.1 两个基本计数原理	027
第1课时 分类计数原理与分步计数原理	027
第2课时 分类计数原理与分步计数原理的综合应用	030
7.2 排列	032
第1课时 排列	032
第2课时 排列数公式	034
第3课时 排列的应用	036
7.3 组合	038
第1课时 组合与组合数公式	038
第2课时 组合数的性质及应用	040
滚动习题(三) [范围 7.1~7.3]	042
微突破 常见的排列组合问题解题策略	044
7.4 二项式定理	046
7.4.1 二项式定理	046
7.4.2 二项式系数的性质及应用	048
滚动习题(四) [范围 7.4]	050

08 第8章 概率

PART EIGHT

8.1 条件概率	052
8.1.1 条件概率	052
第1课时 条件概率	052
第2课时 条件概率的性质及应用	054
8.1.2 全概率公式	057
8.1.3 贝叶斯公式	060
滚动习题(五) [范围 8.1]	063
8.2 离散型随机变量及其分布列	066
8.2.1 随机变量及其分布列	066
第1课时 随机变量	066
第2课时 离散型随机变量的概率分布	068
8.2.2 离散型随机变量的数字特征	070
第1课时 离散型随机变量的均值	070
第2课时 离散型随机变量的方差与标准差	073
8.2.3 二项分布	076
第1课时 二项分布	076
第2课时 二项分布的综合问题	079
8.2.4 超几何分布	081
第1课时 超几何分布	081
第2课时 超几何分布的综合问题	084
8.3 正态分布	087
滚动习题(六) [范围 8.2~8.3]	090

09 第9章 统计

PART NINE

9.1 线性回归分析	093
9.1.1 变量的相关性	093
9.1.2 一元线性回归模型	097
9.2 独立性检验	100
滚动习题(七) [范围 9.1~9.2]	104

■ 参考答案(练习册) [另附分册 P107~P162]

■ 导学案 [另附分册 P163~P304]

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第6章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第7章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第8章]	卷 05
单元素养测评卷(四) [第9章]	卷 07
模块素养测评卷(一)	卷 11
模块素养测评卷(二)	卷 13
参考答案	卷 15

第6章 空间向量与立体几何

6.1 空间向量及其运算

6.1.1 空间向量的线性运算

基础巩固

1. [2025·江苏无锡一中质检] 下列说法正确的是 ()

- A. 向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等
- B. 将空间中所有的单位向量移到同一个起点, 则它们的终点构成一个圆
- C. 空间非零向量就是空间中的一条有向线段
- D. 不相等的两个空间向量的模必不相等

2. [2025·江苏泰州文正高中高二月考] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC_1} - \overrightarrow{D_1C_1}$ 等于 ()

- A. $\overrightarrow{AD_1}$
- B. $\overrightarrow{AC_1}$
- C. $\overrightarrow{AD}$
- D. $\overrightarrow{AB}$

3. [2025·江苏盐城五校联盟高二联考] 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E 为棱 A_1C_1 上的点并且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{EC_1}$. 设 $\overrightarrow{BA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BB_1} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{BE} =$ ()

- A. $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \mathbf{b} + \frac{1}{3}\mathbf{c}$
- B. $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}$
- C. $\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b} + \frac{2}{3}\mathbf{c}$
- D. $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$

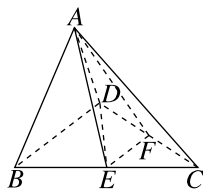
4. [2025·江苏南通海门中学期中] 若空间四点 O, A, B, P 满足 $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$, 则 ()

- A. $P \in$ 直线 AB
- B. $P \notin$ 直线 AB
- C. 点 P 可能在直线 AB 上, 也可能不在直线 AB 上
- D. $P \in$ 直线 AB , 且 $AP = PB$

5. (多选题) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各式中运算结果为 $\overrightarrow{AC_1}$ 的是 ()

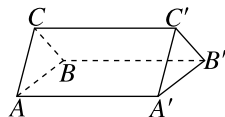
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1D}$
- B. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{D_1C_1}$
- C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{B_1C_1}$
- D. $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{B_1C_1}$

6. (多选题) [2025·陕西安康高二期中] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别为棱 BC, CD 的中点, 则 ()



- A. $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$
- B. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}$
- C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$
- D. $\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{ED}$

7. 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{A'C'}$ 是 _____ 向量, $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{B'A'}$ 是 _____ 向量. (用“相等”或“相反”填空)

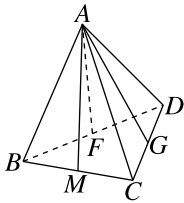


8. [2025·江苏无锡锡山高中高二期中] 已知空间不共线的向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$, $\mathbf{m} = \mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}$, $\mathbf{n} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b} + 2\mathbf{c}$. 若向量 $\mathbf{m}$ 与 $\mathbf{n}$ 共线, 则 $x =$ _____, $y =$ _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

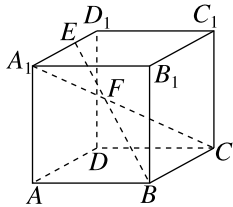
9. (13分)[2025·福建三明一中高二月考] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, F, M, G 分别是 BD, BC, CD 的中点. 化简下列各式:

- (1) $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD})$;
 (2) $\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$;
 (3) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{MB}$.



10. (13分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 在 A_1D_1 上, 且 $\overrightarrow{A_1E} = 2\overrightarrow{ED_1}$, F 在体对角线 A_1C 上, 且 $\overrightarrow{A_1F} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示 $\overrightarrow{EB}$;
 (2) 求证: E, F, B 三点共线.

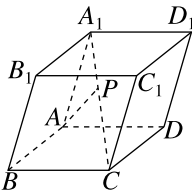


综合提升

11. [2025·江苏盐城中学质检] 已知空间不共线的向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$, $\overrightarrow{OP} = \mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$, $\overrightarrow{PQ} = -5\mathbf{e}_1 - 6\mathbf{e}_2 + 4\mathbf{e}_3$, $\overrightarrow{QR} = 7\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3$, 则一定共线的三个点是 ()

A. O, P, Q B. P, Q, R
 C. O, Q, R D. O, P, R

12. [2025·安徽六安二中高二期中] 如图, 在平行六面体 $AB-CD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{c}$, 点 P 在 A_1C 上, 且 $A_1P : PC = 3 : 4$, 则 $\overrightarrow{AP} =$ ()

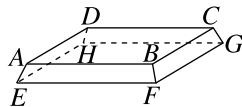


- A. $\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} + \frac{3}{7}\mathbf{c}$ B. $\frac{4}{7}\mathbf{a} - \frac{3}{7}\mathbf{b} + \frac{3}{7}\mathbf{c}$
 C. $\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} - \frac{3}{7}\mathbf{c}$ D. $-\frac{4}{7}\mathbf{a} + \frac{3}{7}\mathbf{b} - \frac{3}{7}\mathbf{c}$

13. (多选题)[2025·江苏启东期末] 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, P 为空间内一点, 若 $\overrightarrow{BP} = \lambda\overrightarrow{BB_1} + \mu\overrightarrow{BC}$, 其中 $\lambda, \mu \in (0, 1]$, 则 ()

- A. 若 $\lambda = 1$, 则点 P 在棱 B_1C_1 上
 B. 若 $\lambda = \mu$, 则点 P 在线段 BC_1 上
 C. 若 $\lambda = \mu = \frac{1}{2}$, 则 P 为棱 CC_1 的中点
 D. 若 $\lambda + \mu = 1$, 则点 P 在线段 B_1C 上

14. [2025·江苏如皋中学期中] 光岳楼, 又称“余木楼”“鼓楼”“东昌楼”, 位于山东省聊城市, 始建于公元 1374 年. 在《中国名楼》站台票纪念册中, 光岳楼与鹳雀楼、黄鹤楼、岳阳楼、太白楼、滕王阁、蓬莱阁、镇海楼、甲秀楼、大观楼共同组成中国十大名楼. 其墩台为砖石砌成的正四棱台, 直观图如图所示, 其上缘边长与底边边长的比值约为 $\frac{9}{10}$, 则 $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FB} + \frac{1}{9}\overrightarrow{DC} =$ _____.



思维探索

15. 在四面体 $ABCD$ 中, 点 E 满足 $\overrightarrow{DE} = \lambda\overrightarrow{DC}$, F 为 BE 的中点, 且 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AD}$, 则实数 $\lambda =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

16. 在四面体 $ABCD$ 中, 点 G 为 $\triangle ABD$ 的重心, E, F, H 分别为 AB, BD, DA 的中点, 且 $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{CH} = k\overrightarrow{CG}$, 则实数 $k =$ _____.

6.1.2 空间向量的数量积

基础巩固

1. 对于空间任意两个非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, “ $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} < 0$ ”是 “ $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle$ 为钝角”的 ()

A. 充分且不必要条件
B. 必要且不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件

2. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 是 C_1D_1 的中点, 则向量 $\overrightarrow{A_1P}$ 在平面 BCC_1 上的投影向量为 ()

A. $\overrightarrow{B_1C_1}$ B. $\overrightarrow{B_1C}$ C. $\overrightarrow{C_1B_1}$ D. $\overrightarrow{CB_1}$

3. [2025·江苏南通一中质检] 在棱长为 1 的正四面体 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ ()

A. -1 B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

4. [2025·江苏启东一中质检] 已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} = \mathbf{0}$, $|\boldsymbol{a}| = 2$, $|\boldsymbol{b}| = 3$, $|\boldsymbol{c}| = 4$, 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 θ , 则 $\cos \theta =$ ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

5. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle PAB = \angle ABC = \frac{\pi}{3}$,

$\langle \overrightarrow{PA}, \overrightarrow{BC} \rangle = \frac{2\pi}{3}$, $PA = 2$, $AB = 1$, $BC = 3$, 则

$PC =$ ()

A. $\sqrt{7}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 1

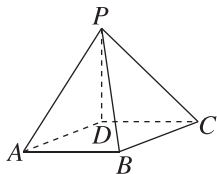
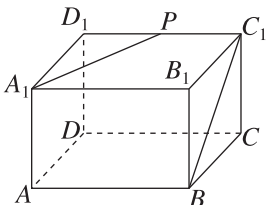
6. [2025·江苏泰州中学高二期中] 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形, 且 $\angle ADC = 120^\circ$, $PD = AD$, 则 ()

A. $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}) \cdot \overrightarrow{DP} = 1$

B. $(\overrightarrow{DP} + \overrightarrow{DB}) \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}$

C. $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{PA} = -\frac{1}{2}$

D. $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}$



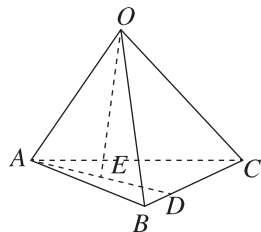
7. [2025·江苏泰州高二期中] 在四面体 $ABCD$ 中, $BC = 1$, $BD = 2$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA} = -\sqrt{3}$, 则 $\angle CBD =$ _____.

8. 在四面体 $OABC$ 中, 棱 OA, OB, OC 两两垂直, 且 $OA = 1, OB = 2, OC = 3$, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{OG} \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) =$ _____.

9. (13分)[2025·江苏高邮高二期中] 如图, 在四面体 $OABC$ 中, D 为棱 BC 上一点, 且满足 $DC = 3BD$, E 为线段 AD 的中点, 设 $\overrightarrow{OA} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB} = \boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{c}$.

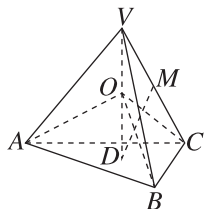
(1) 试用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{OE}$;

(2) 若 $OA = OB = 4, OC = 3, \angle AOB = \angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$, 求 $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值.

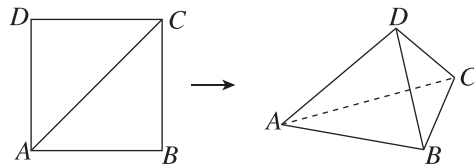


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. (13分)如图,正四面体 $VABC$ 的高 VD 的中点为 O , VC 的中点为 M .
- (1)求证: AO, BO, CO 两两垂直;
- (2)求 $\langle \overrightarrow{DM}, \overrightarrow{AO} \rangle$ 的大小.

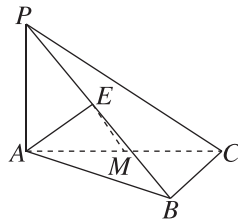


14. [2025·山东烟台莱州一中高二联考] 如图,将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠,使 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}$,得到三棱锥 $D-ABC$,则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为_____.



思维探索

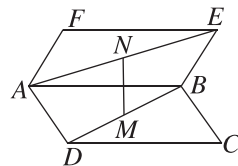
15. [2025·江苏徐州期末] 如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB \perp BC$, $PA \perp$ 平面 ABC , $AE \perp PB$ 于点 E , M 是 AC 的中点, $PB = 1$,则 $\overrightarrow{EP} \cdot \overrightarrow{EM}$ 的最小值为_____.



16. (15分)[2024·江苏苏州星海实验学校高二月考] 如图,在矩形 $ABCD$ 和矩形 $ABEF$ 中, $AB = 4$, $AD = AF = 3$, $\angle DAF = \frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{DM} = \lambda \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AE}$, $0 < \lambda < 1$,记 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AF} = \mathbf{c}$.

(1)当 $\lambda = \frac{1}{2}$ 时,求 MN 与 AE 夹角的余弦值.

(2)是否存在 λ 使得 $MN \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在,求出 λ 的值;若不存在,请说明理由.



综合提升

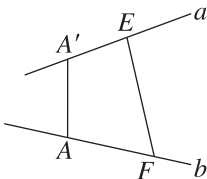
11. [2025·江苏南通二中高二调研] 在棱长均为 1 的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AC = \frac{\pi}{3}$,则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. (多选题)[2025·江苏南通如皋一中质检] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,下列结论中正确的是 ()

- A. 四边形 ABC_1D_1 的面积为 $|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC_1}|$
- B. $\overrightarrow{AD_1}$ 与 $\overrightarrow{A_1B}$ 的夹角为 60°
- C. $(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1B_1})^2 = 3\overrightarrow{A_1B_1}^2$
- D. $\overrightarrow{A_1C} \cdot (\overrightarrow{A_1B_1} - \overrightarrow{A_1D}) = 0$

13. 如图,两条异面直线 a, b 所成的角为 60° ,在直线 a, b 上分别取点 A', E 和点 A, F ,使 $AA' \perp a$ 且 $AA' \perp b$.若 $A'E = 2$, $AF = 3$, $EF = \sqrt{23}$,则线段 AA' 的长为_____.



6.1.3 共面向量定理

基础巩固

1. 下面关于空间向量的说法正确的是 ()

- A. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 平行, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 所在直线平行
- B. 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 所在直线是异面直线, 则 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共面
- C. 若 A, B, C, D 四点不共面, 则向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ 不共面
- D. 若 A, B, C, D 四点不共面, 则向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 不共面

2. [2025·江苏南通期末] 已知 A, B, C 三点不共线, 点 O 在平面 ABC 外, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OC}$, 则当点 P, A, B, C 共面时, 实数 $x =$ ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

3. [2025·湖南长沙高二联考] 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间一组不共面的向量, 则下列各组向量不共面的为 ()

- A. $\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} + \mathbf{c}, \mathbf{c} + \mathbf{a}$
- B. $-\mathbf{a} + \mathbf{c}, -\mathbf{b} - \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{b}$
- C. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{b} - \mathbf{c}, \mathbf{a} + \mathbf{c}$
- D. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}$

4. 对于空间一点 O 和不共线三点 A, B, C , 有 $2\overrightarrow{OP} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$, 则 ()

- A. O, A, B, C 四点共面
- B. P, A, B, C 四点共面
- C. O, P, B, C 四点共面
- D. O, P, A, B, C 五点共面

5. [2025·江苏海门期末] 在下列条件中, 使 M 与 A, B, C 一定共面的是 ()

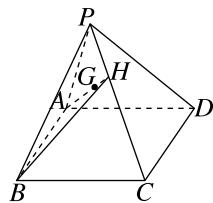
- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
- B. $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$
- C. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
- D. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$

6. (多选题)[2025·江苏南通期末] 下列说法中正确的有 ()

- A. 若存在实数 x, y , 使 $\mathbf{p} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$, 则 $\mathbf{p}$ 与 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 共面
- B. 若 $\mathbf{p}$ 与 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\mathbf{p} = x\mathbf{a} + y\mathbf{b}$
- C. 若存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$, 则点 P, M, A, B 共面
- D. 若点 P, M, A, B 共面, 则存在实数 x, y , 使 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$

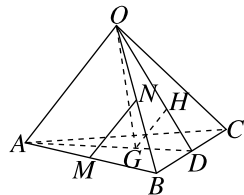
7. 已知 A, B, C 三点不共线, 点 O 为平面 ABC 外任意一点, 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{OB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$, 则点 M _____ (填“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”) 平面 ABC .

8. 如图所示, 若 P 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点, H 为棱 PC 上的点, 且 $\frac{PH}{PC} = \frac{1}{3}$, 点 G 在 AH 上, 且 $\frac{AG}{AH} = m$, 若 G, B, P, D 四点共面, 则实数 m 的值是 _____.



9. (13分) 如图所示, 四面体 $OABC$ 中, G, H 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 点 D, M, N 分别为 BC, AB, OB 的中点.

- (1) 试用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{OG}$;
- (2) 试用空间向量的方法证明 M, N, G, H 四点共面.



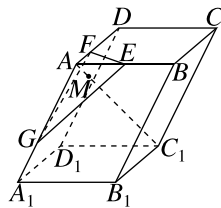
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

10. (13分) 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 是空间中不共面的向量, $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b} - \mathbf{c}, \overrightarrow{AD} = -\mathbf{a} + m\mathbf{b} + n\mathbf{c}$.
- (1) 若 B, C, D 三点共线, 求 m, n 的值;
- (2) 若 A, B, C, D 四点共面, 求 mn 的最大值.

12. (多选题) 已知点 P 为三棱锥 $O-ABC$ 的底面 ABC 所在平面内的一点, 且 $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{OA} + 2n\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}$ ($m > 0, n > 0$), 则下列说法正确的是 ()

- A. $m + 2n = 3$ B. $m + n = 2$
- C. mn 的最大值为 1 D. mn 的最大值为 $\frac{9}{8}$

13. [2025·江苏镇江期末] 如图, 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $A_1B_1C_1D_1$ 为平行四边形, E 为棱 AB 的中点, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GA_1}$,



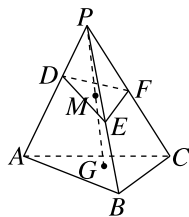
AC_1 与平面 EFG 交于点 M , 则 $\frac{AM}{AC_1} =$ _____.

14. [2025·福建福州闽侯一中高二月考] 已知三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 6, M 是空间中一点, $\overrightarrow{PM} = -\frac{1}{15}\overrightarrow{PA} + \frac{2}{15}\overrightarrow{PB} + \frac{4}{15}\overrightarrow{PC}$, 则三棱锥 $A-MBC$ 的体积是 _____.

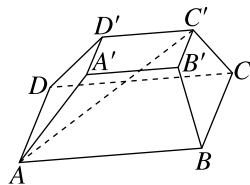
思维探索

15. [2025·江苏无锡锡东高中高二期中] 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $\overrightarrow{PD} = \lambda\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PE} = \mu\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PC}, \lambda, \mu \in (0, 1)$, 若 PG 交平面 DEF 于点 M , 且 $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PG}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$



第 15 题图



第 16 题图

16. [2025·江苏徐州期末] 如图, 在四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AA' = 3, \angle BAD = \angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$, 则 $|\overrightarrow{AC'} - (x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD})|$ ($x, y \in \mathbf{R}$) 的最小值是 _____.

综合提升

11. [2025·江苏扬州中学高二期中] 已知 O, A, B, C 为空间不共面的四点, 且向量 $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, 向量 $\mathbf{b} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, 则与 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 必共面的向量为 ()
- A. $\overrightarrow{OA}$ B. $\overrightarrow{OB}$
- C. $\overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{OA}$ 或 $\overrightarrow{OC}$

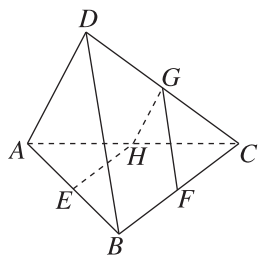
滚动习题 (一)

范围 6.1

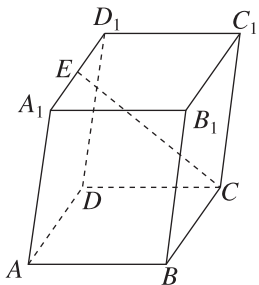
(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. 如图,在四面体 $ABCD$ 中, E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, AC 的中点,则化简 $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})$ 的结果为 ()

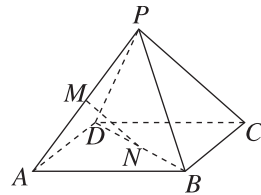


- A. $\overrightarrow{BF}$ B. $\overrightarrow{EH}$
C. $\overrightarrow{HG}$ D. $\overrightarrow{FG}$
2. 对于空间中的三个向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, 3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}$, 它们一定是 ()
A. 共面向量 B. 共线向量
C. 不共面向量 D. 无法判断
3. [2025 · 天津经开区一中高二期中] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 A_1D_1 的中点,设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{CE} =$ ()



- A. $-\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$ B. $\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
C. $\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$ D. $\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$
4. 已知 A, B, C 三点不共线,点 O 不在平面 ABC 内, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + x\overrightarrow{OB} + y\overrightarrow{OC}$ ($x > 0, y > 0$), 若 A, B, C, D 四点共面, 则 xy 的最大值为 ()
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{16}$
C. 1 D. 2

5. 如图,在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA = AB$, M 为 PA 的中点, $\overrightarrow{BD} = \mu \overrightarrow{BN}$ ($\mu > 0$). 若 $MN \perp AD$, 则 $\mu =$ ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
6. [2025 · 江苏常州高二期中] 在下列条件中,能使 M 与 A, B, C 一定共面的是 ()
A. $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$
B. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$
D. $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

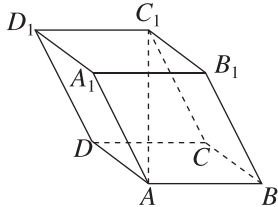
7. 已知四面体 $ABCD$ 的所有棱长都等于 4, E, F, G 分别是棱 AB, AD, DC 的中点, 则 ()
A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -8$
B. $\overrightarrow{GF} \cdot \overrightarrow{AC} = -8$
C. $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{EF} = 4$
D. $\overrightarrow{GE} \cdot \overrightarrow{FG} = 4$
8. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, $AA_1 = AB = 1, \angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ, AC \cap BD = O, A_1C_1 \cap B_1D_1 = O_1$, 则下列说法正确的是 ()
A. $AC_1 = \sqrt{5}$
B. $\overrightarrow{BO_1} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$
C. 四边形 B_1BDD_1 的面积为 $\sqrt{2}$
D. 若 $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{3}\overrightarrow{AO} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AO_1} - \overrightarrow{AB_1}$, 则点 M 在平面 B_1BDD_1 内

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

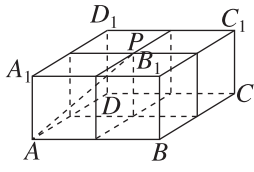
9. 设 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是空间两个不共线的向量, 已知 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{e}_1 + k\mathbf{e}_2, \overrightarrow{CB} = \mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2, \overrightarrow{CD} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$, 且 A, B, D 三点共线, 则 $k =$ _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

10. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=AD=AA_1=1$, $\angle BAD=\angle BAA_1=120^\circ$, $\angle DAA_1=60^\circ$, 则线段 AC_1 的长度是_____.

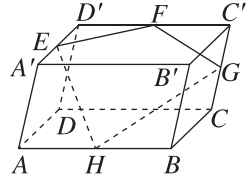


11. [2024·江苏扬州高二期中] 由四个棱长为 1 的正方体组合成的正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 如图所示, 点 P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, 则 $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{AP} =$ _____.



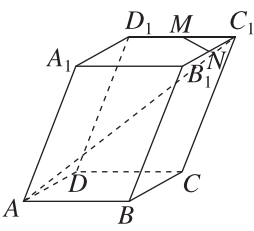
四、解答题(本大题共 3 小题, 共 43 分)

12. (13 分) 如图, 平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E, F, G, H 分别是棱 $A'D', D'C', C'C, AB$ 的中点, 求证: E, F, G, H 四点共面.



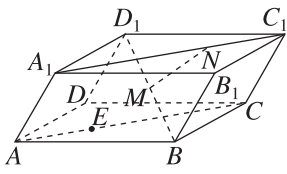
13. (15 分)[2025·福建厦门二中高二月考] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = \frac{\pi}{3}$, $AC_1 = \sqrt{26}$.

- (1) 求侧棱 AA_1 的长;
(2) 若 M, N 分别为 D_1C_1, C_1B_1 的中点, 求证: $AC_1 \perp MN$.



14. (15 分) 如图, 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形, $AB=2, AA_1=1$, $\angle BAA_1=60^\circ, \angle DAA_1=90^\circ, \overrightarrow{A_1C_1}=3\overrightarrow{NC_1}, \overrightarrow{D_1B}=2\overrightarrow{MB}$, 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AD}=\mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$.

- (1) 用向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{NM}$, 并求 MN 的长度.
(2) 设点 E 满足 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AC}$, 是否存在 λ 使得 E, M, N 三点共线? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.



6.2 空间向量的坐标表示

6.2.1 空间向量基本定理

基础巩固

1. [2025·江苏无锡期末] 已知正四面体 $OABC$ 的棱长为 1, 点 M 在 OA 上, 且 $\overrightarrow{OM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA}$, 点 N 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{MN}$ 用基底 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 表示为 ()

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
 B. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
 C. $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
 D. $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$

2. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 F 是侧面 CDD_1C_1 的中心, 若 $\overrightarrow{AF} = x\overrightarrow{AD} + y\overrightarrow{AB} + z\overrightarrow{AA_1}$, 则 $x - y + z =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1
 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

3. 已知 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间的一个基底, 向量 $a = e_1 + e_2 + e_3, b = e_1 + e_2 - e_3, c = e_1 - e_2 + e_3, d = e_1 + 2e_2 + 3e_3$, 若 $d = xa + yb + zc$, 则 x, y, z 的值分别为 ()

- A. $\frac{5}{2}, -1, -\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}$
 C. $-\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{2}, 1, -\frac{1}{2}$

4. 若 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个基底, 则下列各组向量中一定能构成空间的一个基底的是 ()

- A. $a, a+b, a-b$
 B. $a+b, a-b, a+2b$
 C. $a+b, a+c, b-c$
 D. $c, a+b, a-b$

5. [2025·江苏江阴期中] 设 $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, $\overrightarrow{OA} = 2a + 3b + 5c, \overrightarrow{OB} = a + 2b - 2c, \overrightarrow{OC} = ka + b + 3c$, 若 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 共面, 则 $k =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

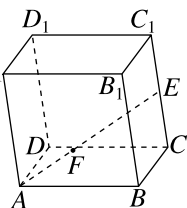
6. (多选题) [2025·江苏盐城五校联盟高二联考] 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 能构成空间的一个基底的一组向量有 ()

- A. $\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$
 C. $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{CB_1}$ D. $\overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{AC}$

7. [2025·重庆七中高一月考] 已知 $\{a, b, c\}$ 是空间的一个单位正交基底, 向量 $p = a - 2b - 4c$, $\{a+b, a-b, c\}$ 是空间的另一个基底, 则用基底 $\{a+b, a-b, c\}$ 表示向量 $p =$ _____.

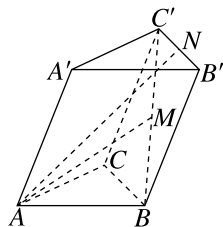
8. [2025·江苏镇江高二期末]

如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 CC_1 的中点, 点 F 满足 $\overrightarrow{AF} = m\overrightarrow{AE}$. 若 B, D, A_1, F 四点在同一个平面上, 则 $m =$ _____.



9. (13分) 如图所示, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 设 $\overrightarrow{AA'} = a, \overrightarrow{AB} = b, \overrightarrow{AC} = c$, M 是 BC' 的中点, N 是 $B'C'$ 的中点, 用基底 $\{a, b, c\}$ 表示以下各向量:

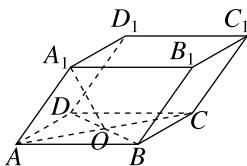
(1) $\overrightarrow{AM}$; (2) $\overrightarrow{AN}$.



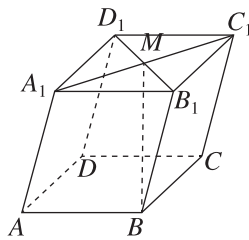
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

10. (13分) [2025·北京首都师大附中高二月考] 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, $AD=2$, $AA_1=2\sqrt{2}$, $\angle BAD=60^\circ$, $\angle BAA_1=\angle DAA_1=45^\circ$, AC 与 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$.

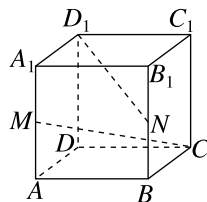
- (1) 试用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{OA_1}$;
 (2) 求 OA_1 的长;
 (3) 求直线 OA_1 与直线 BC 所成的角.



- A. $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}+\mathbf{c}$
 B. AC_1 的长为 $\sqrt{5}$
 C. $\overrightarrow{AC_1}=\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}$
 D. $\cos\langle\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC_1}\rangle=\frac{\sqrt{6}}{3}$

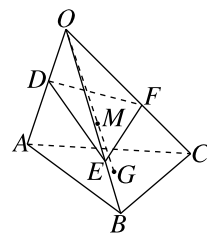


14. 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 A_1A 和 B_1B 的中点, 则异面直线 CM 和 D_1N 所成角的余弦值为_____.



思维探索

15. [2024·江苏南通海安实验中学高二期中] 如图,在三棱锥 $O-ABC$ 中,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,点 M 是线段 OG 上靠近点 G 的三等分点,过点 M 的平面分别交棱 OA, OB, OC 于点 D, E, F , 若 $\overrightarrow{OD}=k\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OE}=m\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OF}=n\overrightarrow{OC}$, 则 $\frac{1}{k}+\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=$ _____ ()
- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{2}$



综合提升

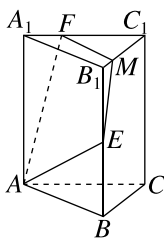
11. [2025·江苏海门高二质检] 空间 A, B, C, D 四点共面, 但任意三点不共线, 若 P 为该平面外一点且 $\overrightarrow{PA}=\frac{5}{3}\overrightarrow{PB}-x\overrightarrow{PC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{PD}$, 则实数 x 的值为 ()

- A. $-\frac{4}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

12. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E 为 BB_1 的中点, F 满足 $\overrightarrow{A_1F}=\frac{1}{3}\overrightarrow{A_1C_1}$, 过 A, E, F 作三棱柱的截面交 B_1C_1 于 M , 且 $\overrightarrow{B_1M}=\lambda\overrightarrow{MC_1}$, 则实数 λ 的值为 ()

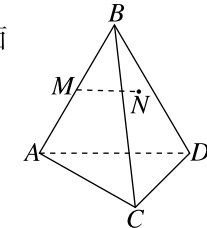
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

13. (多选题) 如图,在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,以顶点 A 为端点的三条棱长都是 1, 且它们彼此的夹角都是 60° , M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, 若 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1}=\mathbf{c}$, 则下列结论正确的是 ()



16. (多选题) [2024·深圳宝安中学高二期中] 如图,在四面体 $ABCD$ 中,平面 $ABD \perp$ 平面 ACD , $\triangle ABD$ 是等边三角形, $AD=CD$, $AD \perp CD$, M 为 AB 的中点, N 在侧面 BCD 上(包含边界), 若 $\overrightarrow{MN}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AD}$ ($x, y, z \in \mathbf{R}$), 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $x=\frac{1}{2}$, 则 $MN \parallel$ 平面 ACD
 B. 当 $|\overrightarrow{MN}|$ 最小时, $x=\frac{1}{4}$
 C. 若 $y=0$, 则 $MN \perp CD$
 D. 当 $|\overrightarrow{MN}|$ 最大时, $x=-\frac{1}{2}$



6.2.2 空间向量的坐标表示

第1课时 空间直角坐标系及空间向量运算的坐标表示

基础巩固

1. 若 $\mathbf{a} = (2, 0, -1)$, $\mathbf{b} = (0, 1, -2)$, 则 $2\mathbf{a} - \mathbf{b} =$ ()

A. $(4, -1, 0)$ B. $(-4, 1, -4)$
C. $(-4, 1, 0)$ D. $(4, -1, -4)$

2. [2025·广东揭阳高二期末] 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 点 $A(1, 2, 3)$ 关于 yOz 平面对称的点的坐标为 ()

A. $(-1, 2, 3)$ B. $(1, -2, 3)$
C. $(1, 2, -3)$ D. $(-1, -2, -3)$

3. [2025·广东普宁二中实验学校高二月考] 在空间直角坐标系中, 若 $A(1, -1, 3)$, $\overrightarrow{AB} = (5, 0, 2)$, 则点 B 的坐标为 ()

A. $(-4, -1, 1)$ B. $(6, -1, 5)$
C. $(4, 1, -1)$ D. $(6, -1, -1)$

4. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, $BC=1$, $AA_1=3$, 已知向量 $\mathbf{a} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AA_1}$. 若以 $\{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}\}$ 为正交基底, 建立空间直角坐标系 $D-xyz$, 则 $\mathbf{a}$ 的坐标为 ()

A. $(2, 1, -3)$
B. $(-1, 2, -3)$
C. $(1, -8, 9)$
D. $(-1, 8, -9)$

5. 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, -3, 2)$, $C(2, \frac{1}{2}, -1)$, $D(x, y, 0)$, 且 $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, 则 x, y 的值分别为 ()

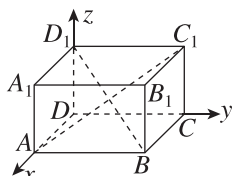
A. $3, 1$ B. $4, -\frac{5}{2}$
C. $3, -1$ D. $1, 1$

6. (多选题) 已知四边形 $ABCD$ 的顶点是 $A(3, -1, 2)$, $B(1, 2, -1)$, $C(-1, 1, -3)$, $D(3, -5, 3)$, 那么以下说法中正确的是 ()

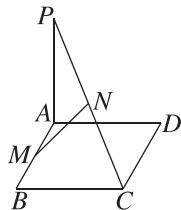
A. $\overrightarrow{AB} = (-2, 3, -3)$
B. $\overrightarrow{CD} = (-4, 6, -6)$
C. $\overrightarrow{AC} = (-4, 2, -5)$
D. 四边形 $ABCD$ 是梯形

7. [2025·江苏启东汇龙中学质检] 已知 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 2, -4)$, $B(0, 5, 1)$, 若 $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, 则 C 的坐标是_____.

8. [2025·山东名校考试联盟高二期中] 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 以 $\{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}\}$ 为正交基底, 建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$, 若向量 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标为 $(-4, 3, 2)$, 则向量 $\overrightarrow{D_1B}$ 的坐标为_____.



9. (13分) [2025·江苏徐州高中高二质检] 如图, PA 垂直于正方形 $ABCD$ 所在的平面, M, N 分别是 AB, PC 的中点, 并且 $PA=AB=1$. 试建立适当的空间直角坐标系, 求向量 $\overrightarrow{MN}$ 的坐标.

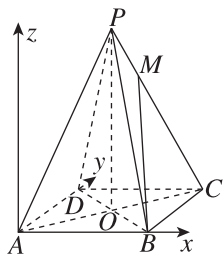


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. (13 分) 如图, 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形, AC 与 BD 交于点 O , $PO = 2$, M 是 PC 边上靠近 P 的三等分点.

(1) 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AP} = \mathbf{c}$, 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BM}$;

(2) 在如图所示的空间直角坐标系中, 求向量 $\overrightarrow{BM}$ 的坐标.



13. 一个向量 $\mathbf{p}$ 在基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 下的坐标为 $(1, 2, 3)$, 则 $\mathbf{p}$ 在基底 $\{\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 下的坐标为 _____.

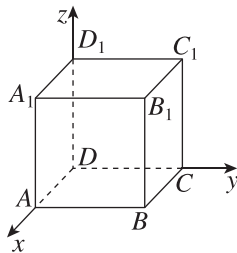
14. 已知 $\overrightarrow{OA} = (1, -1, 1)$, $\overrightarrow{OB} = (2, 0, -1)$, 点 P 在线段 AB 上, 且 $AP = 2PB$, 则向量 $\overrightarrow{AP}$ 的坐标为 _____.

思维探索

15. 记空间中的一些点构成的集合为 A , O 为原点, 且对任意 $P_1, P_2, P_3 \in A$, 都存在不全为零的实数 x, y, z , 使得 $x\overrightarrow{OP_1} + y\overrightarrow{OP_2} + z\overrightarrow{OP_3} = \mathbf{0}$, 若 $(1, 1, 1) \in A$, 则下列结论可能成立的是 ()
- A. $(1, 0, 1) \in A$, 且 $(1, 0, -1) \in A$
 B. $(0, 0, 1) \in A$, 且 $(2, 2, 3) \in A$
 C. $(1, 2, 1) \in A$, 且 $(2, 2, 3) \in A$
 D. $(3, 2, 1) \in A$, 且 $(1, 0, 1) \in A$

16. (15 分) [2024 · 天津五校联考] 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 以 $\{\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}\}$ 为单位正交基底, 建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$, 有一个动点 P 在正方体的各个面上运动.

- (1) 当点 P 分别在平行于坐标轴的各条棱上运动时, 探究动点 P 的坐标特征;
 (2) 当点 P 分别在各个面对角线上运动时, 探究动点 P 的坐标特征.

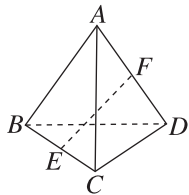


综合提升

11. [2025 · 山东潍坊青州一中高二期中] 已知空间向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2, 3)$, $\overrightarrow{AC} = (2, -1, -1)$, $\overrightarrow{AD} = (9, -2, x)$, 若 A, B, C, D 四点共面, 则实数 x 的值为 ()

- A. -1 B. 0
 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

12. [2025 · 江苏如东中学期中] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 若向量 $\overrightarrow{AB} = (-3, 5, 2)$, $\overrightarrow{CD} = (-7, -1, -4)$, 点 E, F 分别为 BC, AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EF}$ 的坐标为 ()



- A. $(2, 3, 3)$ B. $(-2, -3, -3)$
 C. $(1, \frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(-5, 2, -1)$

第2课时 空间向量数量积的坐标运算及空间两点间的距离公式

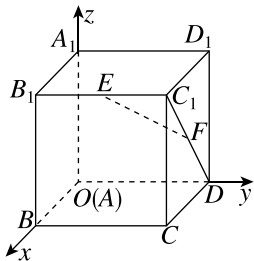
基础巩固

- 若 $\mathbf{a} = (4, -2, -4)$, $\mathbf{b} = (6, -3, 2)$, 则 $(2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) =$ ()
A. -200 B. 200
C. 20 D. -20
- 已知 $\mathbf{a} = (-2, 1, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, 1)$, 若 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} - \lambda\mathbf{b})$, 则实数 λ 的值为 ()
A. 0 B. 2
C. 5 D. 3
- 已知空间向量 $\mathbf{a} = (-1, m, 2)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, -1)$, 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -3$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
- [2025 · 河南许昌二中高二联考] 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A(3, 2, 6)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 7, 1)$, 则 AB 边上的中线长为 ()
A. $\sqrt{42}$ B. 6
C. $4\sqrt{2}$ D. 7
- 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AB} = (1, 2, 4)$, $\overrightarrow{AD} = (2, 1, -2)$, $\overrightarrow{CC_1} = (0, 1, 10)$, 则体对角线 AC_1 的长为 ()
A. $4\sqrt{3}$ B. 12
C. $5\sqrt{2}$ D. 13
- (多选题)[2025 · 湖北部分名校高二期中] 在空间直角坐标系 $O-xyz$ (O 为原点) 中, 已知 $A(1, 3, -5)$, $B(-2, 1, 1)$, 则下列结论正确的有 ()
A. $|\overrightarrow{AB}| = 7$
B. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$
C. 若 $\mathbf{n} = (4, 2, t)$, 且 $\mathbf{n} \perp \overrightarrow{AB}$, 则 $t = \frac{8}{3}$
D. 若 $\mathbf{m} = (1, \frac{2}{3}, k)$, 且 $\mathbf{m} // \overrightarrow{AB}$, 则 $k = -3$
- [2025 · 江苏无锡一中期末] 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 已知 $\overrightarrow{AB} = (2, 0, 0)$, $\overrightarrow{AC} = (0, 2, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0, 0, 2)$, 则 $\overrightarrow{CD}$ 与 $\overrightarrow{CB}$ 的夹角的余弦值为 _____, $\overrightarrow{CD}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量 $\mathbf{a}$ 的坐标为 _____.
- [2025 · 江苏通州中学质检] 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 3, -1)$, $\mathbf{b} = (-4, t, 2)$, 若 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为钝角, 则实数 t 的取值范围为 _____.
- (13分)[2025 · 湖南永州期末] 已知空间中三点 $A(0, 2, 3)$, $B(1, 2, -1)$, $C(5, 6, 0)$.
(1) 若向量 $\overrightarrow{AB} - k\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{AB}$ 相互垂直, 求实数 k 的值;
(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

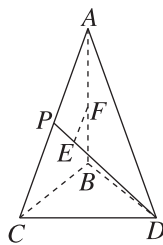
班级	
姓名	
答题区	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

10. (13分)如图,在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1,顶点 A 位于坐标原点, E 是棱 B_1C_1 的中点, F 是侧面 CDD_1C_1 的中心.

- (1)求点 E, F 的坐标及 $|\overrightarrow{EF}|$;
 (2)求向量 $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{DC_1}$ 上的投影向量的模.



12. [2025·江苏连云港期末] 如图所示,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 BCD , $\angle BCD = \frac{\pi}{2}$, $BC = 2AB = 2CD = 2$,点 P 为棱 AC 的中点, E, F 分别为直线 DP, AB 上的动点,则线段 EF 长度的最小值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

13. (多选题)[2024·江苏常州一中高二期中] 设空间两个单位向量 $\overrightarrow{OA} = (m, n, 0)$, $\overrightarrow{OB} = (0, n, p)$ 与向量 $\overrightarrow{OC} = (1, 1, 1)$ 的夹角都等于 $\frac{\pi}{4}$, 则 $\cos \angle AOB$ 的值可以为 ()

- A. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$
 C. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

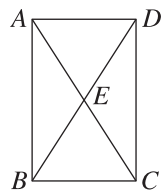
14. 已知点 $A(1, 2, 1), B(3, 3, 2), C(1, 4, 3)$, 若 D 在线段 AB 上, 且满足 $CD \perp AB$, 则点 D 的坐标为_____.

思维探索

15. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = 2, AA_1 = \sqrt{3}$, O 为 BC 的中点, M 为棱 B_1C_1 上的动点, N 为 AM 上的动点, 且 $\frac{MN}{MO} = \frac{MO}{MA}$, 则线段 MN 长度的取值范围为 ()

- A. $[\frac{3\sqrt{6}}{4}, \sqrt{7}]$ B. $[\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{4\sqrt{7}}{7}]$
 C. $[\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{4\sqrt{7}}{7}]$ D. $[\sqrt{3}, \sqrt{6}]$

16. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 E , $AB = m, BC = 1$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折, 若在翻折过程中存在某个位置, 使得 $AB \perp CE$, 则 m 的取值范围是 ()



- A. $(0, \sqrt{3}]$ B. $(0, \sqrt{2}]$
 C. $(0, 1]$ D. $(0, \sqrt{6}]$

综合提升

11. [2025·江苏盐城五校联盟高二月考] 已知空间中三点 $A(0, 2, 3), B(-2, 1, 6), C(1, -1, 5)$, 则以 AB, AC 为邻边的平行四边形的面积为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $7\sqrt{3}$
 C. 3 D. $3\sqrt{3}$